**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

**Занятие 3.**

**3.1. Уравнения второго порядка.**

**Определение 3.1.** Уравнением второго порядка, разрешённом относительно второй производной называется уравнение вида

(3.1)

**Определение 3.2.** Задачей Коши для уравнения (3.1) называется задача

, (3.2)

где - заданные числа.

Справедлива следующая теорема существования и единственности.

**Теорема 3.1.** (Коши – Пеано) Пусть в некоторой окрестноститочки функции , непрерывны. Тогда, быть может, в более узкой окрестности точки задача (3.2) имеет единственное решение.

**Определение 3.3.** Задача Коши (3.2) называется корректно поставленной, если для неё выполнены условия теоремы Коши – Пеано.

**Определение** **3.4.** Двухпараметрическое семейство функций называется общим решением уравнения (3.1), если:

1) при всех допустимых значениях параметров функция является решением уравнения (3.1);

2) семейство содержит решения всех корректно поставленных задач Коши (3).

**Замечание 1.** У уравнения могут быть так называемые особые решения, которые не содержатся в общем решении.

**3.2. Уравнения, допускающие понижение порядка.**

1) Рассмотрим уравнения вида

(3.3)

то есть такие уравнения, в которые явным образом не входит искомая функция В этом случае естественно ввести новую неизвестную функцию Тогда , и уравнение (3.3) превратится в уравнение первого порядка

Пусть – общее решение этого уравнения. Тогда

*,* откуда находим общее решение уравнения (3.3):

.

**Пример 3.1.** Решить уравнение .

*Решение.* Заметим, что у уравнения есть особое решение Пусть теперь , то есть Положим огда , и . Это уравнение является уравнением с разделяющимися переменными:

, откуда

*==*

2) Рассмотрим теперь уравнения вида

(3.4)

то есть такие уравнения, в которые явным образом не входит независимая переменная В этом случае нужно ввести новую неизвестную функцию Заметим, что теперь функция зависит от . Тогда по правилу дифференцирования сложной функции

==,

И уравнение примет вид: .

Это – уравнение первого порядка относительно неизвестной функции

*,* зависящей от независимой переменной *.* Пусть *–*

его общее решение. Тогда откуда разделив переменные, получим: . Последнее равенство задаёт неявным образом общее решение исходного уравнения.

**Пример 3.1.** Решить уравнение

*Решение.* Как и в предыдущем примере, у уравнения есть особое решение Пусть теперь , то есть Положим Тогда ==. Подставив в исходное уравнение, получим: :

Это и есть общее решение исходного уравнения.

**Задачи для самостоятельного решения**.

Решить уравнения:

1) ; 2) ; 3)

4) ; 5) ; 4) .